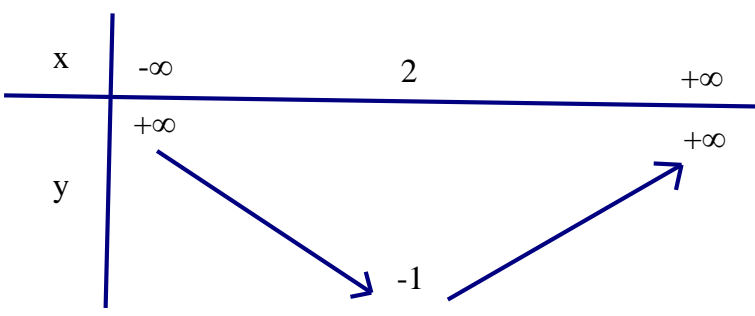
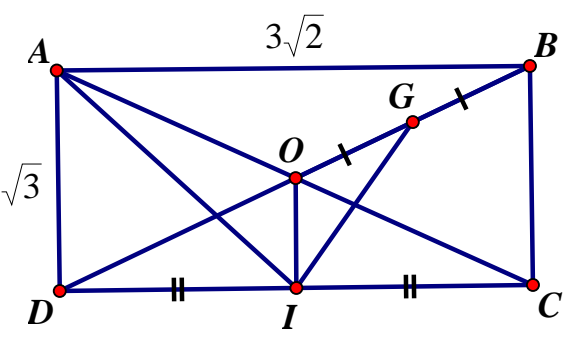


ĐÁP ÁN MÔN TOÁN 10
KÌ THI OLYMPIC LIÊN CỤM TRƯỜNG THPT THANH XUÂN-CẦU GIẤY,
MÊ LINH-SÓC SƠN, ĐÔNG ANH HÀ NỘI

Năm học: 2020-2021

.....o0o.....

Bài	Đáp án	Điểm
	1.1. Vì parabol có đỉnh $I(-2;5)$ nên $\frac{-b}{2} = -2$	1,0
	và $f(-2) = 5$ (hoặc $\frac{-\Delta}{4a} = 5$)	1,0
	Khi đó: $\begin{cases} b = 4 \\ 4 - 2b + c = 5 \end{cases}$	0,75
	$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 9 \end{cases}$. Vậy $b=4, c=9$.	0,75
	1.2. Ta có: $y = x - 3 + 2x - 4 = \begin{cases} x - 3 + 2x - 4 & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 3 + 4 - 2x & \text{khi } x < 2 \end{cases} = \begin{cases} 3x - 7 & \text{khi } x \geq 2 \\ -x + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$	0,5
	-Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.	
Bài 1 (5 đ)	-BBT 	0,5
	-Ta có: $PT \Leftrightarrow x - 3 + 2x - 4 = m - 3$, từ BBT ta thấy PT có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m - 3 = -1 \Leftrightarrow m = 2$.	0,5
	2.1. ĐK: $x \geq \frac{1}{2}$.	0,5
	$PT \Leftrightarrow \sqrt{2x+1}(\sqrt{2x-1}-1) = (x-1)(\sqrt{2x-1}-1)$	
	$\Leftrightarrow (\sqrt{2x-1}-1)(\sqrt{2x+1}-x+1) = 0$	0,5
	+) $\sqrt{2x-1}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=1 \Leftrightarrow 2x-1=1 \Leftrightarrow x=1(TM)$.	0,5
	+) $\sqrt{2x+1}-x+1=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+1=(x-1)^2 \end{cases}$	0,5

<p>Bài 2 (4đ)</p>	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 4(TM) \\ x = 4 \end{cases}$ <p>Vậy: $x \in \{1; 4\}$.</p>	0,5
<p>Bài 2 (4đ)</p>	<p>2.2. Vì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và hệ số $a=1 > 0$ nên $\Delta' = m^2 - n \leq 0 \Leftrightarrow n \geq m^2$.</p> <p>Ta có: $P = 5m + n + \sqrt{n} \geq 5m + m^2 + m$</p> <p>Ta lại có: $m^2 + 5m + m = m^2 + 4m + 4 + (m + m) - 4 = (m + 2)^2 + (m + m) - 4$</p> <p>Vì $(m + 2)^2 \geq 0$</p> <p>và $m \geq -m \Rightarrow m + m \geq 0 \Rightarrow P \geq -4$. Dấu “=” khi $\begin{cases} m = -2 \\ m \leq 0 \\ n = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 4 \end{cases}$.</p> <p>Vậy Min $P = -4$ khi $m = -2$ & $n = 4$.</p>	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
<p>Bài 3 (2đ)</p>	<p>ĐK: $x \geq -2$.</p> <p>Ta có: $\sqrt{x+2} = 3 - 2y$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2y \geq 0 \\ x + 2 = (3 - 2y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{3}{2} \\ x = 4y^2 - 12y + 7 \end{cases}$ <p>Thế x theo y vào PT còn lại ta được:</p> $4y^2 - 12y + 7 - 2y^2 = -3 \Leftrightarrow 2y^2 - 12y + 10 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 6y + 5 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1(TM) \\ y = 5(KTM) \end{cases}$. Với $y=1$ thì $x = -1$. Vậy $(x; y) = (-1; 1)$.	0,5 0,5 0,5 0,5
<p>4.1a.</p>	 <p>-Ta có: $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD})$.</p> <p>-Ta có: $\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OG} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DB}$</p>	1 1

Bài 4 (8đ)	$= \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$	1
	4.1 b. Ta có: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$	0,5
	$\Rightarrow \overrightarrow{IG} \cdot \overrightarrow{AI} = \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}\right) \cdot \left(\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$	0,5
	Vì $AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$, theo giả thiết $AB = 3\sqrt{2}$; $AD = \sqrt{3}$	0,5
	nên $\overrightarrow{IG} \cdot \overrightarrow{AI} = \frac{1}{8}AB^2 - \frac{3}{4}AD^2 = \frac{1}{8} \cdot 18 - \frac{3}{4} \cdot 3 = 0 \Rightarrow AI \perp IG.$	0,5
	4.1c Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$	0,25
	nên $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})^2$	0,25
	$= 4MO^2 + OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2 = 4MO^2 + 4.OA^2$	0,25
	$= 4.OM^2 + 4.OA^2 = 4.OM^2 + AC^2 = 4.OM^2 + 21 = 37 \Leftrightarrow OM^2 = 4 \Leftrightarrow OM = 2.$	0,25
	Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm O bán kính bằng 2.	
	4.2 Đặt $AB=c$, $AC=b$. Theo định lý Pytago, ta có: $BC^2 = BG^2 + CG^2$	0,5
	$\Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{9}(m_b^2 + m_c^2) = \frac{4a^2 + b^2 + c^2}{9} \Leftrightarrow b^2 + c^2 = 5a^2.$	0,5
	Theo định lý cosin trong tam giác ABC, ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = 5a^2 - 2bc \cdot \cos 60^\circ = 5a^2 - bc \Rightarrow bc = 4a^2.$	0,5
	Do đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 4a^2 \cdot \sin 60^\circ = a^2\sqrt{3}.$	0,5
Bài 5 (1đ)	Ta có: $E = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) + 27abc = 4(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 27abc$ $= 12(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 27abc.$	0,25
	Chúng minh được: $abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$	0,25
	Mà $a+b+c=3$ nên $abc \geq (3-2a)(3-2b)(3-2c)$ $\Leftrightarrow abc \geq 27 - 18(a+b+c) + 12(ab+bc+ca) - 8abc$ $\Leftrightarrow 9abc \geq 12(ab+bc+ca) - 27 \Leftrightarrow 3abc \geq 4(ab+bc+ca) - 9.$	0,25
	Do đó: $E \geq 12(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 9 \cdot [4(ab+bc+ca) - 9] = 12(a+b+c)^2 - 81 = 27.$ Dấu “=” khi $a=b=c=1.$	0,25