

Bài I (4 điểm).

1) Giải phương trình $\sin x + \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$.

2) Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi AH là đường cao xuất phát từ đỉnh A . Biết độ dài các đoạn thẳng BC, AH, AB theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm công bội của cấp số nhân đó.

Bài II (4 điểm). Trong hộp có 25 tấm thẻ giống nhau được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ trong hộp.

1) Có bao nhiêu cách để rút được ít nhất hai tấm thẻ mang số lẻ?

2) Tính xác suất để trong ba số ghi trên ba tấm thẻ rút được không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp.

Bài III (3 điểm). Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niuton của biểu thức

$P = \left(2x - \frac{1}{2x^2}\right)^n$ với $x \neq 0$ biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn: $3A_{n-1}^2 - 5C_n^2 = 0$.

Bài IV (3 điểm). Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 2}{3}} \end{cases}$. Xét dãy số (v_n) với $v_n = u_n^2 - 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

1) Chứng minh rằng: Dãy số (v_n) là một cấp số nhân.

2) Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

3) Chứng minh rằng: $u_1 + u_2 + \dots + u_n < n + 1$ với mọi số nguyên dương n .

Bài V (6 điểm). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ và I là trung điểm của đoạn thẳng $C'D'$. Trên các đoạn thẳng AC và DC' lần lượt lấy các điểm E, F

sao cho $AE = \frac{2}{3}AC$, $DF = \frac{1}{3}DC'$.

1) Chứng minh rằng: $(AC'G) \parallel (A'DI)$ và $EF \parallel BD'$.

2) Gọi (α) là mặt phẳng thay đổi và luôn đi qua trung điểm Q của đoạn thẳng AG . Mặt phẳng (α) cắt các tia AA', AB', AC' lần lượt tại các điểm M, N, P (không trùng với điểm A).

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{AA'}{AM} \cdot \frac{AB'}{AN} \cdot \frac{AC'}{AP}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....